

Możliwości wykorzystania interferometrii sejsmicznej w górnictwie

The possibility of using seismic interferometry in mining industry



*Prof. dr hab. inż. Henryk Marczak**



*Dr hab. inż. Zenon Pilecki
prof. IGSMiE PAN**



*Dr inż. Zbigniew Isakow
prof. nadzw. Instytutu EMAG***



*Mgr inż. Rafał Czarny **

Treść: Metoda interferometrii sejsmicznej znalazła zastosowanie w zagadnieniach rozpoznawania budowy geologicznej głębokiego podłoża i w sejsmice poszukiwawczej do odwzorowania budowy ośrodka. Istnieje również możliwość wykorzystania tej metody dla potrzeb górniczych. W części wstępnej przedstawiono podstawy matematyczne i fizyczne metody interferometrii sejsmicznej. Następnie omówiono możliwości wykorzystania tej metody w rozwiązywaniu problemów geologiczno-górnich. Scharakteryzowano rodzaje zjawisk sejsmicznych, występujących na terenach górniczych, możliwych do wykorzystania w interferometrii sejsmicznej. Omówiono przykłady sytuacji geologiczno-górnich, w których metoda interferometrii sejsmicznej może dostarczyć wartościowej informacji.

Abstract: Seismic interferometry method has been used to identify the deep geological structure of the ground and seismic exploration for mapping the structure medium. It is also possible to use this method for mining purposes. In the introductory part we present the mathematical foundations and physical methods of seismic interferometry. It then discusses the possibility of using this method in solving geological-mining tasks. Seismic phenomena occurring in mining areas and suitable for application in seismic interferometry have been described. Examples of geological and mining situation in which seismic interferometry method can provide valuable information have been presented.

Słowa kluczowe:

niskoczęstotliwościowa sejsmika pasywna, interferometria sejsmiczna, szum sejsmiczny regionalny, szum sejsmiczny lokalny, górnictwo, wstrząsy górotworu, funkcja Greena

Key words:

low frequency passive seismics, seismic interferometry, regional seismic noise, local seismic noise, mining industry, rock mass tremor, Green's function

*¹) Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią Polskiej Akademii Nauk, **Instytut Technik Innowacyjnych EMAG

1. Wprowadzenie

Metody sejsmiczne znalazły szerokie zastosowanie w geofizyce górniczej. Są one wykorzystywane do rozpoznania budowy i właściwości górotworu w rejonie eksploatacji górniczej. Najczęściej badania sejsmiczne są projektowane w wersji aktywnej, w której fale są sztucznie wzbudzone. Jest również stosowana inna wersja tej metody, w której do rozpoznania pola prędkości fal sejsmicznych wykorzystuje się różne fale, na przykład powstałe w wyniku zaistnienia wstrząsów indukowanych przez prace górnicze. Taka wersja wykorzystania metod sejsmicznych nazywana jest sejsmiką pasywną.

Ostatnio w ramach sejsmiki pasywnej rozwinęła się metoda tzw. interferometrii sejsmicznej [2, 9, 23, 24]. W tej metodzie można odtworzyć funkcję Greena reprezentującą właściwości fal powierzchniowych, przechodzących lub odbitych z odpowiednio wybranych zapisów szumu sejsmicznego [3, 6, 7, 9, 12, 16, 17, 19, 20, 21, 22]. Istnieją różne rodzaje szumu, który wykorzystuje się do tego celu [16]. Jednym z nich jest naturalny szum sejsmiczny związany z falowaniem morskim, zmianami atmosferycznymi i mikrosejsmami. Innym rodzajem szumu jest część kodowa zapisów drgań sejsmicznych wywołanych trzęsieniami Ziemi. Wreszcie może być rejestrowany szum antropogeniczny taki jak szum od przejeżdżających pojazdów lub szum od pracujących urządzeń budowlanych i przemysłowych. Jak pokazano w literaturze, każdy z tych rodzajów szumu może być wykorzystany do rozpoznania budowy i właściwości ośrodka geologicznego w rejonie, w którym prowadzi się rejestracje.

W pracy przedstawiono wyniki analizy szumów wytwarzanych w wyniku prowadzenia działalności górniczej, które mogą być wykorzystane do prowadzenia badań metodami interferometrii sejsmicznej dla rozwiązywania różnych zagadnień w górnictwie. W części wstępnej omówiono podstawy matematyczne i fizyczne metody interferometrii sejsmicznej. Następnie przeprowadzono analizę możliwości wykorzystania metod interferometrii sejsmicznej w rozwiązywaniu problemów geologiczno-górnich. Scharakteryzowano zjawiska sejsmiczne występujące na terenach górniczych, przydatne w przetwarzaniu i interpretacji metodą interferometrii sejsmicznej. Omówiono przykłady sytuacji geologiczno-górnich, w których metoda interferometrii sejsmicznej może dostarczyć wartościowej informacji.

2. Funkcja Greena

Rozchodzenie się fal sprężystych jest opisane przez równanie różniczkowe cząstkowe drugiego rzędu typu hiperbolicznego

$$\nabla^2 f = 1/c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}, \quad (2.1)$$

gdzie:

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3} \text{ jest operatorem Laplace'a,}$$

c – prędkość propagacji fali.

Jeżeli założymy a priori, że rozwiązanie ma postać

$$f = \theta(x_1, x_2, x_3) \exp(-i\omega t), \quad (2.2)$$

gdzie: ω – częstość fali, t – czas, to równanie (2.1) zostanie zamienione na równanie Hamiltona

$$\nabla^2 \theta + k^2 \theta = 0, \quad (2.3)$$

gdzie: $k = \frac{\omega}{c}$.

Od strony matematycznej rejestrowana fala sejsmiczna jest rozwiązaniem równania falowego. Bardzo często rozważa się takie rozwiązanie przy założeniu, że źródłem fali jest impuls powstały w momencie t_0 o skończonej energii. Wówczas, jeżeli źródło fali jest umieszczone w punkcie $\vec{r}_0(x_0, y_0, z_0)$ a rozwiązanie jest obliczone w punkcie $\vec{r}(x, y, z)$ to ma ono postać funkcji Greena $G(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$. Oczywiście kształt funkcji Greena zależy od właściwości ośrodka (ośrodek akustyczny, w którym rozchodzą się tylko fale kompresyjne, ośrodek skalny z dwoma rodzajami fal objętościowych, ośrodek dyspersyjny, w którym rozchodzą się fale powierzchniowe, itp.). Istnieją pewne właściwości funkcji Greena, niezależne od rodzaju ośrodka, w którym rozchodzi się fala sejsmiczna (oznaczymy ją jako G) i takie, które są związane z konkretnym rodzajem ośrodka, np. funkcję Greena dla fal rozchodzących się w ośrodku, skalnym (oznaczymy ją jako G_{pK}).

Dla fal sejsmicznych, w których wielkością fizyczną, rozchodzącą się w postaci fali jest przemieszczenie $\vec{u}(u, v, w)$, można wprowadzić potencjały skalarny φ i wektorowy Ψ

$$\vec{u} = \text{grad}(\varphi) + \text{rot}(\vec{\Psi}). \quad (2.4)$$

Wówczas otrzymamy dwa równania falowe opisujące propagację fal podłużnych i poprzecznych

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi + k_\alpha^2 \varphi &= 0, \\ \nabla^2 \Psi_i + k_\beta^2 \Psi_i &= 0, \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (2.5)$$

gdzie:

$k_\alpha^2 = \frac{\omega^2}{c_\alpha^2} = \frac{\omega \cdot \rho}{\lambda + 2\mu}$ jest liczbą falową dla fali podłużnej,

a $k_\beta^2 = \frac{\omega^2}{c_\beta^2} = \frac{\omega \cdot \rho}{\mu}$ jest liczbą falową dla fali poprzecznej, λ i μ

to stałe Lamego (współczynniki sprężystości).

Rozważmy równanie falowe w postaci

$$\nabla^2 G(\vec{r}, t, \vec{r}_0, t_0) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} G(\vec{r}, t, \vec{r}_0, t_0) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \delta(t - t_0). \quad (2.6)$$

Rozwiązanie tego równania nazwiemy funkcją Greena. Po transformacji Fouriera zastosowanej do tego równania otrzymamy

$$\nabla^2 \tilde{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} G(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \exp(-i\omega t_0). \quad (2.7)$$

Rozwiązaniem tego równania jest wyrażenie

$$\tilde{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = -\frac{\exp(-ik(\vec{r} - \vec{r}_0)) \exp(-i\omega t_0)}{4\pi(\vec{r} - \vec{r}_0)}, \quad (2.8)$$

gdzie:

$\vec{r} - \vec{r}_0$ jest miarą odległości pomiędzy położeniem źródła \vec{r}_0 fali a położeniem punktu, w którym obliczamy rozwiązanie \vec{r} .

Odwrotna transformacja Fouriera prowadzi do rozwiązania równania (2.7) w dziedzinie czasu:

$$\begin{aligned} G(\vec{r}, t, \vec{r}_0, t_0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-ik(\vec{r} - \vec{r}_0)) \exp(-i\omega t_0)}{4\pi(\vec{r} - \vec{r}_0)} \exp(-i\omega t) d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi(\vec{r} - \vec{r}_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-i\frac{\omega}{c}(\vec{r} - \vec{r}_0)\right) \exp(-i\omega t) d\omega = -\delta(t - t_0 + \frac{r - r_0}{c}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

U podstaw równań falowych leżą własności fizyczne ośrodka, w którym te fale się rozchodzą. Jeżeli w ośrodku nie ma deformacji postaci (gaz lub ciecz) to falę sejsmiczną, która się w tym ośrodku rozchodzi nazywamy falą akustyczną. Ruch falowy jest wówczas zmianą ciśnienia ośrodka, podstawą fizyczną tych równań są równania Eulera

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla p &= \vec{F}, \\ k_k \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \vec{V} &= \vec{q}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

gdzie:

- p – ciśnienie,
- ρ – gęstość,
- \vec{V} – prędkość ruchu cząstek,
- \vec{F} – siły zewnętrzne,
- k_k – współczynnik ściśliwości,
- \vec{q} – rozkład źródeł.

Rozwiązanie w postaci funkcji Greena ma w tym przypadku postać

$$\begin{aligned} \hat{p}_A(\vec{r}, \omega) &= \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega), \\ \hat{p}_B(\vec{r}, \omega) &= \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_B, \omega). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Biorąc pod uwagę równanie ruchu (2.11) dla sił zewnętrznych równych zero otrzymamy

$$\begin{aligned} \vec{V}_{i,A}(\vec{r}, \omega) &= -(j\omega\rho(\vec{r}))^{-1} \nabla \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega), \\ \vec{V}_{i,B}(\vec{r}, \omega) &= -(j\omega\rho(\vec{r}))^{-1} \nabla \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_B, \omega), \end{aligned} \quad (2.12)$$

gdzie

$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$ operator różniczkowy.

W dziedzinie widmowej te równania Eulera (2.10) mają postać

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial x_i} + i\omega k_k \hat{p} &= \vec{F}_i, \\ \frac{\partial \vec{p}_i}{\partial x_i} + i\omega\rho \vec{V}_i &= \vec{q}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Jeżeli ośrodek ma sztywność (ciała stałe), to jak to pokazano w równaniu (2.5) wówczas powstają dwie fale które nazwiemy sprężysto-dynamicznymi. Podstawą fizyczną tych równań wynikającą z równowagi sił są zależności:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} &= \vec{F}, \\ -S_{ijkl} \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) &= h_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (2.14)$$

gdzie:

- τ_{ij} – tensor naprężeń,
- S_{ijkl} – macierz sprężystości,
- h_{ij} – tensor zewnętrznych deformacji.

Te równania w dziedzinie częstotliwości mają postać

$$i\omega\rho \vec{V}_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \vec{F}_i \quad (2.15)$$

W tej sytuacji rozwiązania będą dotyczyły czterech równań skalarnych. Jednego dla fali akustycznej i trzech dla fali poprzecznych spolaryzowanych w trzech prostopadłych kierunkach. Rozwiązanie w postaci funkcji Greena jest związane w dziedzinie częstotliwości z następującym zapisem

$$\begin{aligned} V_{i,A}(\vec{r}, \omega) &= \vec{G}_{k,p}^{v,F}(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega), \\ V_{i,B}(\vec{r}, \omega) &= \vec{G}_{k,q}^{v,F}(\vec{r}, \vec{r}_B, \omega), \\ \hat{t}_{i,j,A}(\vec{r}, \omega) &= \frac{S_{ijkl}}{i\omega} \frac{\partial}{\partial x_l} \vec{G}_{k,p}^{v,F}(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega), \\ \hat{t}_{i,j,B}(\vec{r}, \omega) &= \frac{S_{ijkl}}{i\omega} \frac{\partial}{\partial x_l} \vec{G}_{k,q}^{v,F}(\vec{r}, \vec{r}_B, \omega), \end{aligned} \quad (2.16)$$

gdzie:

- S_{ijkl} – macierz sztywności odwrotna do macierzy sprężystości,

$\vec{G}_{k,p}^{v,F}(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)$ - jest odpowiedzią sejsmiczną na wymuszenie w punkcie r_B , jeżeli prędkość drgań jest równa v , a działające siły równe F . $\vec{G}_{k,p}^{v,F}(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)$ jest odpowiedzią dla źródła umieszczonego w punkcie X_A (q i p są parametrami wskazującymi na położenie źródła odpowiednio w punktach X_A i X_B). Parametr $k=0$ odpowiada fali kompresyjnej (podłużnej), a $k = 1, 2, 3$ odpowiada polaryzacji odpowiednio w kierunkach x, y, z .

Wreszcie dla fal powierzchniowych funkcje Greena mają bardziej skomplikowany charakter:

$$\begin{aligned} G^{Love}(\vec{r}, \vec{r}') &= \sum_v p^{vLove}(z, \varphi) \frac{\exp(i(k_v X + \frac{\pi}{4}))}{\sqrt{2} k_v X} p^{vLove^*}(z, \varphi), \\ G^{Rayleigh}(\vec{r}, \vec{r}') &= \sum_v p^{vRayleigh}(z, \varphi) \frac{\exp(i(k_v X + \frac{\pi}{4}))}{\sqrt{2} k_v X} p^{vRayleigh^*}(z, \varphi), \end{aligned} \quad (2.17)$$

gdzie:

funkcje p^{vLove} i $p^{vRayleigh}$ są macierzowymi funkcjami, zależnymi od warunków granicznych na powierzchni zmian właściwości geologicznych i od kierunku polaryzacji rejestrowanej fali φ oraz głębokości z . Symbol \times oznacza funkcję sprzężoną hermitowsko. Wskaźnik v oznacza numer mody a k_v liczbę falową dla v tej mody, X jest odległością poziomą [15].

Bardziej złożony charakter fal sprężysto-dynamicznych i powierzchniowych jest jedynie związany z warunkami fizycznymi, które trzeba uwzględniać przy ich opisie, a nie z ich właściwościami matematycznymi, dlatego w dalszych rozważaniach ogólnych funkcję Greena oznaczymy przez G , a w przypadku praktycznego zastosowania wzorów wrócimy do oznaczeń dla fali sprężysto-dynamicznych, z którymi mamy do czynienia w praktyce pomiarowej.

3. Teoria wzajemności

Teoria wzajemności była rozwijana od wielu lat, a jej istotne elementy można znaleźć w takich publikacjach jak [4, 17, 20, 21, 22, 23, 24]. Przedstawimy tutaj główny tok myślenia wyekstrahowany z tych publikacji, na którym oparta jest metoda interferometrii sejsmicznej.

Właściwości pola falowego leżące u podstaw metody interferometrii sejsmicznej rozważa się, zakładając istnienie dwóch punktów X_A i X' otoczonych spójnym brzegiem ∂D . Teoria wzajemności jest wynikiem bardziej podstawowego twierdzenia Ostrogradzkiego-Gaussa, które jest sposobem zamiany całkowania przestrzennego na całkowanie powierzchniowe.

Dla wektora ∂D określonego i ciągłego w obszarze D to twierdzenie ma postać

$$\int_D \nabla \vec{Q} dV = \oint \vec{Q} \cdot \vec{n} dS, \quad (3.1)$$

gdzie:

całkowanie po prawej stronie jest obliczane na powierzchni ∂D , która oddziela obszar D od reszty objętości, \vec{n} – wektor jednostkowy skierowany normalnie do powierzchni ∂D .

W przypadku teorii wzajemności rozpatrujemy dwa punkty X_A i X_B i rozważamy dwa widma funkcji Greena $\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)$ i $\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_B, \omega)$ w dalszych rozważaniach \vec{G}_A i \vec{G}_B , których źródła są w punktach \vec{r}_A i \vec{r}_B .

Zbudujemy wektor \vec{Q} w postaci

$$\vec{Q} = \vec{G}_A \left(\frac{1}{\rho_B} \nabla \vec{G}_B \right) - \vec{G}_B \left(\frac{1}{\rho_A} \nabla \vec{G}_A \right), \quad (3.2)$$

$$\nabla \vec{Q} = \nabla \vec{G}_A \left(\frac{1}{\rho_B} \nabla \vec{G}_B \right) + \vec{G}_A \nabla \left(\frac{1}{\rho_B} \nabla \vec{G}_B \right) - \nabla \vec{G}_B \left(\frac{1}{\rho_A} \nabla \vec{G}_A \right) + \vec{G}_B \nabla \left(\frac{1}{\rho_A} \nabla \vec{G}_A \right). \quad (3.3)$$

Biorąc pod uwagę równanie (2.7) dla $t_0=0$

$$\nabla \vec{Q} = i\omega \vec{G}_B \delta(\vec{r} - \vec{r}_A) - i\omega \vec{G}_A \delta(\vec{r} - \vec{r}_B) + \omega^2 (k_A - k_B) \vec{G}_A \vec{G}_B + \left(\frac{1}{\rho_B} - \frac{1}{\rho_A} \right) \nabla \vec{G}_B \nabla \vec{G}_A = i\omega (\vec{G}_B \delta(\vec{r} - \vec{r}_A) - \vec{G}_A \delta(\vec{r} - \vec{r}_B)). \quad (3.4)$$

Zakładając, że $k_A=k_B$ i $\rho_A=\rho_B$ otrzymamy wzór końcowy w postaci

$$\vec{G}(\vec{r}_A, \vec{r}_B, \omega) - \vec{G}(\vec{r}_B, \vec{r}_A, \omega) = \oint_{\partial D} \frac{1}{i\omega \rho} (\vec{G}_A \nabla \vec{G}_B - \vec{G}_B \nabla \vec{G}_A) \vec{n} dS. \quad (3.5)$$

Wzór (3.5) jest tzw. konwolucyjną formą teorii wzajemności. Inną bardziej użyteczną formą jest forma autokorelacyjna. Wówczas do wzoru (3.1) wprowadzamy wyrażenie

$$\vec{Q} = \vec{G}_A^* \left(\frac{1}{\rho_B} \nabla \vec{G}_B \right) - \vec{G}_B^* \left(\frac{1}{\rho_A} \nabla \vec{G}_A \right), \quad (3.6)$$

gdzie:

\vec{G}_A^* jest funkcją sprzężoną z funkcją \vec{G}_A .

Analogicznie do wzorów (3.3) i (3.4) można napisać wzór, który jest podstawowym w teorii sejsmiki pasywnej

$$\vec{G}^*(\vec{r}_A, \vec{r}_B, \omega) + \vec{G}(\vec{r}_B, \vec{r}_A, \omega) = \oint_{\partial D} \frac{1}{i\omega \rho} (\vec{G}_A^* \nabla \vec{G}_B - \vec{G}_B \nabla \vec{G}_A^*) \vec{n} dS, \quad (3.7)$$

gdzie:

$\vec{G}(\vec{r}_B, \vec{r}_A, \omega)$ jest widmem funkcji Greena, a $\vec{G}^*(\vec{r}_A, \vec{r}_B, \omega)$ jest funkcją sprzężoną do tej funkcji.

Operator ∇ jest operatorem gradientu, a \vec{n} kierunkiem normalnym do brzegu ∂D .

Przyjmując następujące założenia

$$\nabla \vec{G}_A \cdot \vec{n} = -ik |\cos(\alpha)| G_A, \quad (3.8)$$

$$\nabla \vec{G}_A^* \cdot \vec{n} = -ik |\cos(\alpha)| G_A^*,$$

równanie odpowiedności akustycznej przyjmie postać

$$\vec{G}^*(\vec{r}_A, \vec{r}_B, \omega) + \vec{G}(\vec{r}_B, \vec{r}_A, \omega) = \oint_{\partial D} \frac{2}{c\rho} \vec{G}^*(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega) \vec{G}(\vec{r}_B, \vec{r}, \omega) |\cos(\alpha)| dS. \quad (3.9)$$

Przy dużej odległości pomiędzy obszarem granicznym ∂D i punktami A i B przyjmuje się, że $\cos(\alpha)=1$. W przypadku fal powstałych w ośrodku sprężysto-dynamicznym, czyli ośrodku skalnym równanie to można uogólnić w postaci [21]:

$$\vec{G}_{q,p}^{v,F*}(\vec{r}_A, \vec{r}_B, \omega) + \vec{G}_{q,p}^{v,F}(\vec{r}_A, \vec{r}_B, \omega) = - \oint_{\partial D} \frac{2}{c\rho} \left(\vec{G}_{q,p}^{v,F*}(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega) \vec{G}_{q,p}^{v,F}(\vec{r}_B, \vec{r}, \omega) \right) dS. \quad (3.10)$$

Jeżeli prawdziwe obserwacje prędkości drgań sejsmicznych $\vec{V}_{p,K}^{ob}(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega)$ można powiązać z funkcjami Greena za pomocą zależności

$$\begin{aligned} \vec{V}_{p,K}^{ob}(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega) &= \vec{G}_{p,K}^{v,F}(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega) S_K(\vec{r}, \omega), \\ \vec{V}_{q,B}^{ob}(\vec{r}_B, \vec{r}, \omega) &= \vec{G}_{q,K}^{v,F}(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega) S_K(\vec{r}, \omega), \end{aligned} \quad (3.11)$$

gdzie:

$D(\vec{r}, \omega) = S_K^*(\vec{r}, \omega) S_K(\vec{r}, \omega)$ jest widmem mocy funkcji źródłowej sygnału sejsmicznego, to dla rzeczywistych danych równanie (3.10) ma postać

$$\begin{aligned} \left\{ \vec{G}_{q,p}^{v,F*}(\vec{r}_A, \vec{r}_B, \omega) + \vec{G}_{p,q}^{v,F}(\vec{r}_B, \vec{r}_A, \omega) \right\} * D(\vec{r}, \omega) &\approx \\ \approx \frac{2}{c\rho} \oint_{\partial D} \left(\vec{V}_{p,K}^{ob*}(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \vec{V}_{q,K}^{ob}(\vec{r}, \vec{r}_B, \omega) \right) dS. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Prawa strona tego równania jest równą rzeczywistej funkcji Greena, a więc

$$G_{p,q}^{v,F}(\vec{r}_B, \vec{r}_A, t) * D(t) = \frac{2}{c\rho} \oint_{\partial D} \left(V_{p,K}^{ob*}(\vec{r}, \vec{r}_A, t) * V_{q,K}^{ob}(\vec{r}, \vec{r}_B, -t) \right) dS. \quad (3.13)$$

W przypadku jednowymiarowym, jeżeli rozpatrujemy ruch falowy wzdłuż promienia sejsmicznego, to równanie redukuje się do proporcjonalności

$$V_{p,K}^{ob*}(\vec{r}, \vec{r}_A, t) \approx G_{p,K}^{v,F}(\vec{r}_B, \vec{r}_A, t) * G_{p,q}^{v,F}(\vec{r}_B, \vec{r}_A, t). \quad (3.14)$$

Natomiast w przypadku dwuwymiarowym do proporcjonalności

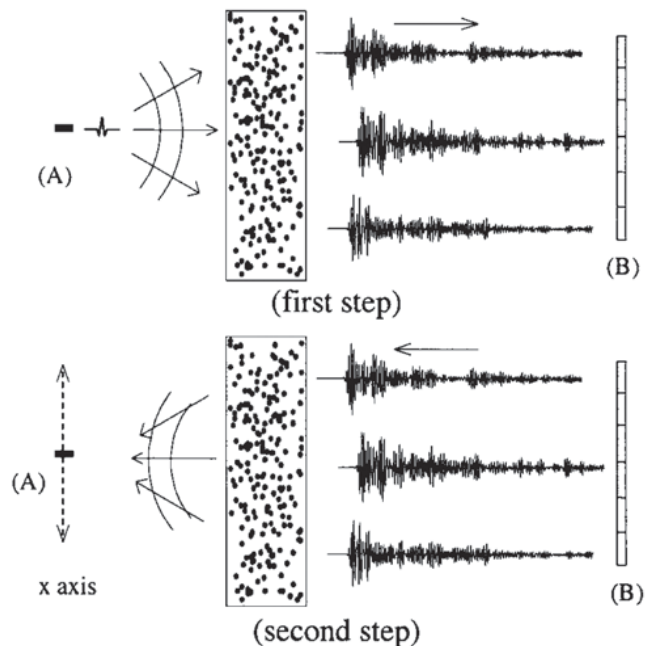
$$V_{p,K}^{ob*}(\vec{r}, \vec{r}_A, t) \approx \oint_{\partial D} \left(G_{p,K}^{v,F}(\vec{r}, \vec{r}_A, t) * G_{p,q}^{v,F}(\vec{r}, \vec{r}_B, t) \right) dS \quad (3.15)$$

Biorąc pod uwagę to, że spłot z prawej strony równania jest równoważny funkcji autokorelacji otrzymamy wzór, który ma duże znaczenie praktyczne

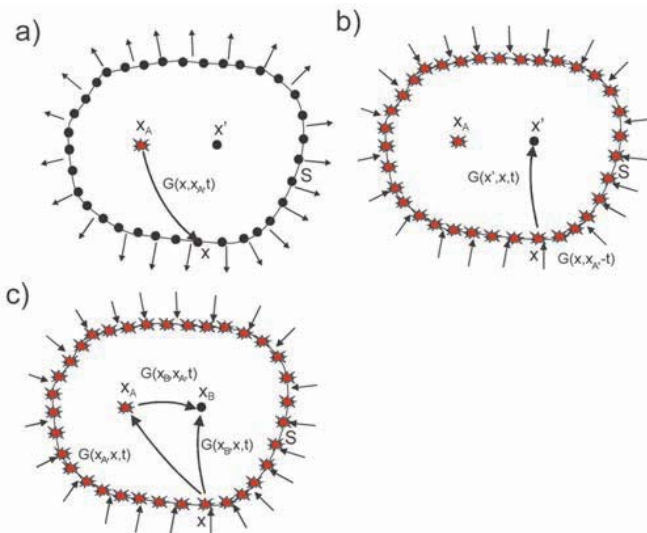
$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ G_{p,K}^{v,F}(\vec{r}_A, \vec{r}_B, t') + \vec{G}_{p,K}^{v,F}(\vec{r}_B, \vec{r}_A, -t') \right\} S(t-t') &\approx \\ \approx \frac{2}{c\rho} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \left(\vec{V}_p^{ob}(\vec{r}_A, t') \vec{V}_q^{ob}(\vec{r}_B, t+t') \right) dt \right). \end{aligned} \quad (3.16)$$

4. Podstawy fizyczne interferometrii sejsmicznej

Podstawy fizyczne metod rozpoznania budowy geologicznej w oparciu o zasady „akustyki odwrotnej czasowo” wyjaśnia eksperyment laboratoryjny przeprowadzony w ośrodku rozpraszającym [5, 7]. Emitowano krótki impuls akustyczny ze źródła A i zarejestrowano sygnał w kilku czujnikach w odbiornikach umieszczonych w B. Następnie z czujników w B wyemitowano takie same sygnały jak zarejestrowane z uwzględnieniem opóźnień czasowych, realizując je w czasie ujemnym jak to pokazano na rysunku 1, i w punkcie A zanotowano sygnał bardzo zbliżony do wcześniej wysłanego. To doświadczenie jest potwierdzeniem dosyć oczywistej właściwości ruchu falowego polegającej na identyczności sygnału jaki zarejestrujemy w punkcie B, jeżeli źródło jest umieszczone w punkcie A do sygnału zarejestrowanego w punkcie A, jeżeli identyczne źródło jest umieszczone w punkcie B.



Rys 1. Eksperyment badawczy w ośrodku dyspersyjnym [5]
Fig. 1. Research experiment in the dispersion medium [5]



Rys. 2. Interpretacja różnych postaci funkcji Greena [21]
Fig. 2. Interpretation of various forms of Green's functions [21]

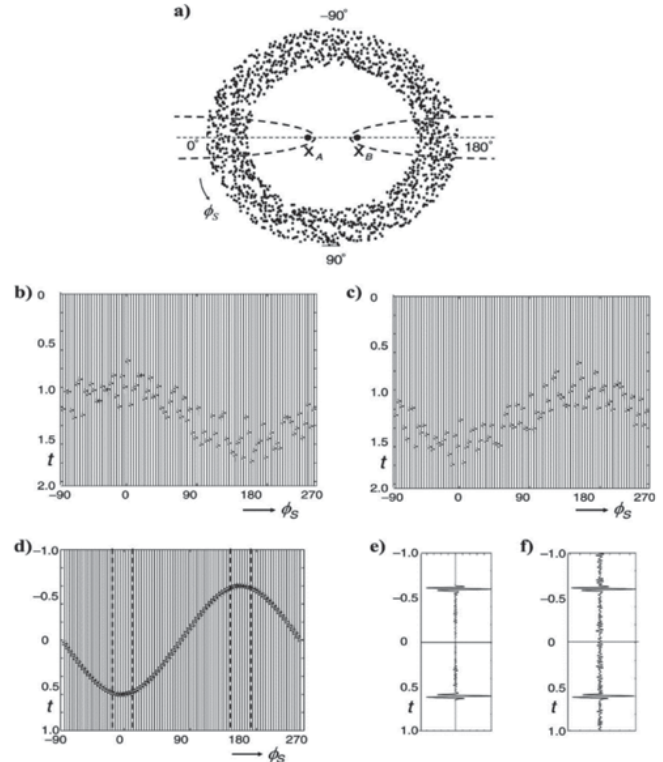
Interpretację wzorów interferencyjnych przeprowadzimy w oparciu o rysunek 2. Mamy dwa rodzaje pól sejsmicznych. Jedna przyczynowa, która jest wynikiem rozchodzenia się fal ze źródeł położonych na powierzchni ∂D , będących w rzeczywistości źródłami fal sejsmicznych. Druga anty-przyczynowa, rozchodzenia się fali sejsmicznej z punktu źródłowego do punktów leżących na powierzchni ∂D , które odzwierciedla funkcja Greena z ujemnym czasem. Realizacją funkcji anty-przyczynowej jest wysyłanie z punktu x_A impulsu, który dotrze do wszystkich punktów na granicy ∂D (rys. 2a).

W wyniku takiego wirtualnego źródła, czyli działania anty-przyczynowej części wzoru, ze wszystkich źródeł rozłożonych na powierzchni zostanie wysłany odwrotny impuls sejsmiczny, między innymi do punktów x_A i x_B . Zgodnie ze wzorem 3.10 autokorelacja tych zapisów jest proporcjonalna do funkcji Greena dla fal przechodzących między tymi punktami. Rejestracja aktywnego źródła w punkcie x_A w czasie rzeczywistym w punkcie x_B jest więc równoważna rejestracji uzyskanej z sumy autokorelacji dla rejestracji pochodzących ze źródeł rozłożonych na brzegu obszaru.

Możemy więc uważać, że we wszystkich punktach na brzegu zostaje wysłany impuls będący odbiciem fali wysłanej z punktu x_A w czasie $-t$, który w czasie t dochodzi do punktu x' (rys. 2b). Mamy więc taką sytuację, jak gdyby z punktu x_A rozchodził się sygnał, który jest rejestrowany w punkcie x' za pomocą lusterek rozłożonych na brzegu obszaru (rys. 2c). Źródła rzeczywiste x można zastąpić równoważnym źródłem urojonym w punkcie x_A , które jest odbierane w punkcie x' . Możemy również punkty rozpraszania na brzegu obszaru traktować jako źródła fali, jeżeli rzeczywiste źródło jest w punkcie x_A . Takie punkty będziemy nazywali źródłami pozornymi.

Istnieją bardzo istotne właściwości wyników obliczania korelacji wzajemnej szumu sejsmicznego opartego o pomiary szumu, prowadzone w dwóch punktach w przypadku rozkładu źródeł szumu rozłożonych w przestrzeni dwuwymiarowych. Te właściwości najłatwiej zobaczyć na przykładzie [16] symulacji pokazanych na rysunku 3. Położenia źródeł sejsmicznych pokazano na rysunku 3a. Falę sejsmiczną w postaci szumu zarejestrowano w punktach x_A i x_B . Wyniki takiej rejestracji w punkcie x_A przedstawiono w układzie czas - kąt Φ_S na rysunku 3b, a rejestracje w punkcie x_B przedstawiono na rysunku 3c. Na rysunku 3d pokazano wyniki obliczenia korelacji wzajemnej z zapisów przedstawionych na rysunkach 3b i 3c. Liniami

przerwanymi zaznaczono te części echogramu, które są efektem istnienia źródeł w tzw. strefie Fresnela. Sumowanie funkcji korelacji wzajemnej uzyskanych ze źródeł ze strefy Fresnela daje efekt przedstawiony na rysunku 3e, który okazał się identyczny z wynikami korelacji wzajemnej uzyskanych ze wszystkich danych pomiarowych (rys. 3f), na podstawie wszystkich danych przedstawionych na rysunku 3a. Wnioski wynikające z omawianego przykładu można uogólnić w oparciu o teorię fazy stacjonarnej [16] na wszystkie układy pomiarowe. Wynika z tego uogólnienia, że układy punktów pomiarowych mają właściwości zbliżone do właściwości anten, tzn. reagują na źródła położone w wybranych obszarach przestrzeni, a nie reagują na źródła położone w innych jej częściach.



Rys. 3. Wpływ stref Fresnela na wyniki obliczeń korelacji wzajemnej: a– położenie źródeł sejsmicznych b– rejestracja sygnałów sejsmicznych w punkcie x_A , c– rejestracja sygnałów sejsmicznych w punkcie x_B , d– korelogram e– wyniki obliczenia funkcji Greena z korelogramu obliczonego z rejestracji sygnałów pochodzących od źródeł położonych w strefie Fresnela, f– wyniki obliczenia funkcji Greena z całego korelogramu [16]

Fig. 3. Influence of the Fresnel zones on the cross-correlation calculation results a– location of seismic sources b– registration of seismic signals at the point x_A c– registration of seismic signals at the point x_B d– correlogram e– results of the calculation of the Green's function from correlogram for signals from sources in the Fresnel zone f– the results of the calculation of the Green's function of the whole correlogram [16]

5. Podstawy metodyczne zastosowania interferometrii sejsmicznej w zagadnieniach geologiczno-górnicych

Do odtwarzania funkcji Greena wykorzystuje się zarówno rejestrację wstrząsów sejsmicznych, jak również szumu sejsmicznego. Najczęściej wykorzystuje się końcową część zapisu fal wytwarzanych przez trzęsienia ziemi zwaną falami koda.

W ośrodku geologicznym rozchodzi się wiele fal o różnych właściwościach. Najważniejsze są fale objętościowe: dylatacyjna fala podłużna typu P i skrętna fala poprzeczna typu S. Wzdłuż powierzchni ziemi rozchodzą się fale powierzchniowe typu Rayleigha i Love'a. Ten typ fal interferencyjnych zanika szybko z głębokością i charakteryzuje się właściwościami dyspersyjnymi, tzn. krzywą dyspersji, czyli zależnością prędkości fazowej od częstotliwości fali. Struktura fal powierzchniowych jest więc uwarunkowana rozkładem prędkości fal podłużnych i poprzecznych w badanym ośrodku. Z funkcji Greena fal powierzchniowych otrzymanej metodami interferometrii sejsmicznej można skonstruować krzywą dyspersji i, porównując ją do krzywej modelowej, odtworzyć pole prędkości w ośrodku sejsmicznym. Jest to najczęstszy sposób wykorzystywania rezultatów przetwarzania zapisów sejsmicznych metodą interferometrii sejsmicznej do uzyskania informacji o budowie geologicznej badanego rejonu. Istnieje bardzo obszerna literatura dotycząca tego zagadnienia, np. [12, 18, 17].

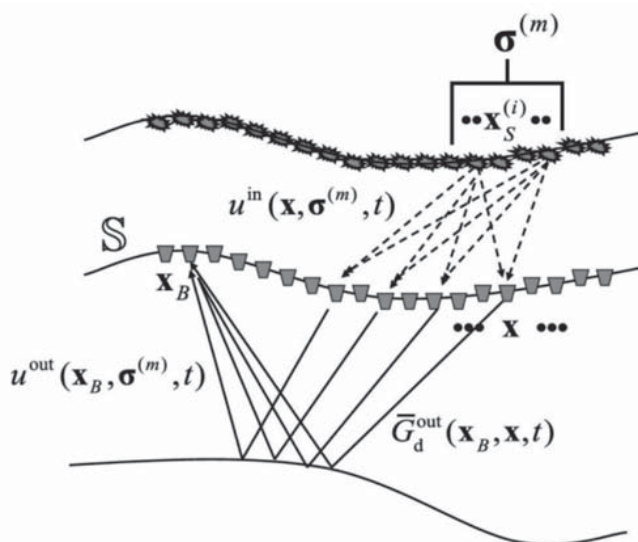
Rzadziej pokazywane są zastosowania tej metody do rozwiązywania szczególnych problemów, takich jak lokalizacja epicentrow wstrząsów, czy metoda lokalizacji zasypanych górników [8].

Innym częstym sposobem wykorzystania metody interferometrii sejsmicznej jest wykorzystanie tzw. źródeł pozornych, wyznaczonych z zapisów szumu do znajdowania reflektorów sejsmicznych [24]. Fale są rozpraszane w wyniku przejścia drgań sejsmicznych przez niejednorodny ośrodek. Każdy punkt rozpraszania może być traktowany jako źródło fali rozproszonej, które zgodnie z opisanym mechanizmem może zostać zastąpione przez źródło w punkcie x_a . Na rysunku 4 przedstawiono sposób konstruowania źródeł urojonych dla badania właściwości ośrodka. Punkty rozpraszania rozłożone w przestrzeni z rozkładem statystycznym σ pozwalają odtwarzać funkcje Greena pomiędzy punktami x a źródłem urojonym x_B . Możemy takie źródła wykorzystać do badania fali przechodzącej i odbitej [18].

6. Rodzaje zjawisk sejsmicznych na terenie górnictwem możliwych do wykorzystania w interferometrii sejsmicznej

6.1. Szumy sejsmiczne na powierzchni terenu górnictwem

Jednym z rodzajów informacji pomiarowej, jakie są wykorzystywane w interferometrii sejsmicznej, są szumy



Rys. 4. Konstrukcja źródeł urojonych w badaniach sejsmicznych [22]

Fig. 4. Construction of an imaginary source of seismic studies [22]

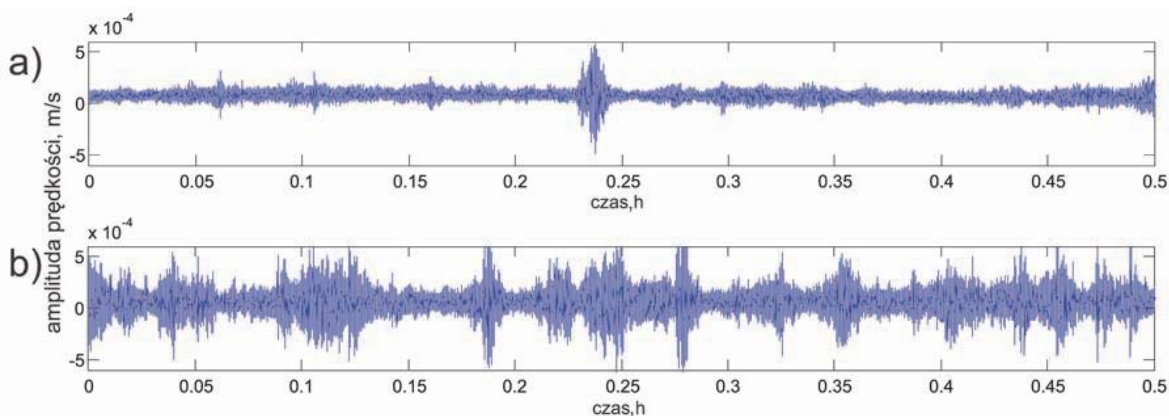
sejsmiczne. Na terenie górnictwem jednej z kopalń węgla kamiennego wybrano dwa punkty pomiarowe na powierzchni odległe od siebie o 2,8 km. Prowadzono wielodniowe rejestracje szumu sejsmicznego za pomocą szerokopasmowych czujników Guralp-6TD. Na rysunku 5a pokazano przykład rejestracji w sobotę, w warunkach zatrzymanej eksploatacji, a na rysunku 5b przykład rejestracji w dniu powszednim z prowadzoną eksploatacją.

Nie ulega wątpliwości, że na strukturę zapisu szumu sejsmicznego ma wpływ eksploatacja górnictwem. Źródła drgań szumu sejsmicznego są rozłożone w górotworze.

Na rysunku 6 pokazano funkcje Greena uzyskane z interpretacji zapisów szumowych w różnych dniach. Zbieżność krzywych otrzymanych w poszczególnych dniach wskazuje na to, że rejestracje szumu można wykorzystać do odtworzenia budowy i właściwości górotworu w rejonie eksploatacji.

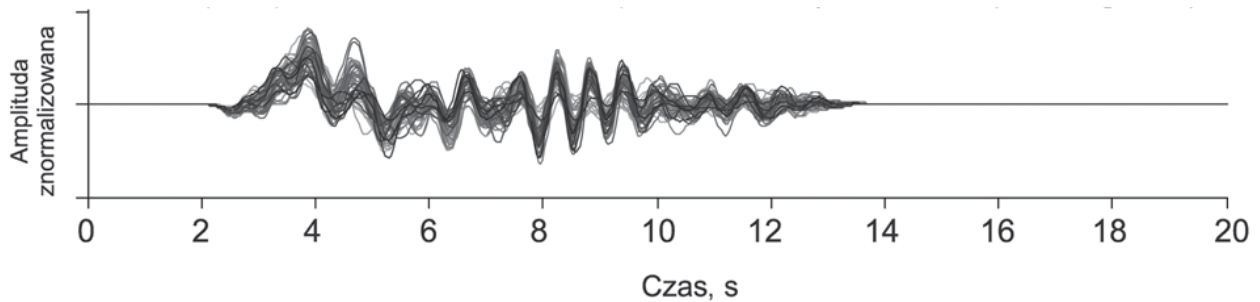
6.2. Wstrząsy sejsmiczne w górotworze

Eksploatacji górnictwem towarzyszą efekty sejsmiczne, które są rezultatem pękania skał i ich wzajemnego przemieszczania. Te efekty mają różny charakter i zasadniczo różnią



Rys 5. Rejestracja szumu sejsmicznego – a) w sobotę w warunkach zatrzymanej eksploatacji pokładów węgla oraz – b) w piątek w warunkach prowadzonej eksploatacji pokładów węgla

Fig. 5. Registration of seismic noise – a) on Saturday under the break of coal mining conditions and registration of seismic noise – b) on Friday under the coal mining conditions



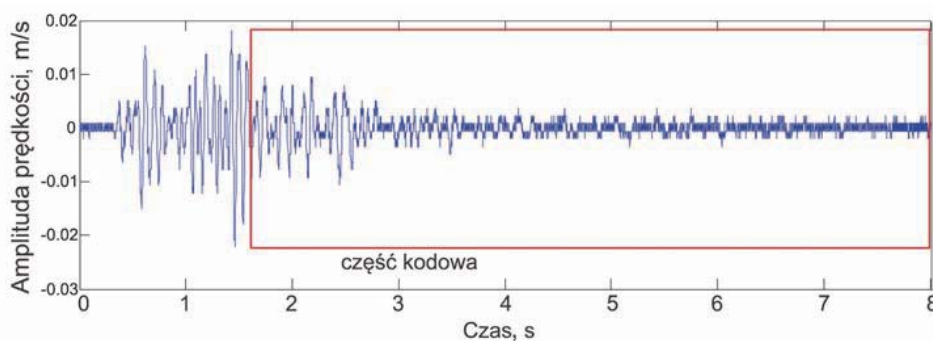
Rys. 6. Funkcja Greena obliczona z szumu sejsmicznego zarejestrowanego na terenie górniczym w różnych dniach w warunkach prowadzonej eksploatacji

Fig. 6. Green function calculated from the seismic noise recorded in the mining terrain in different days under the conditions of mining activity

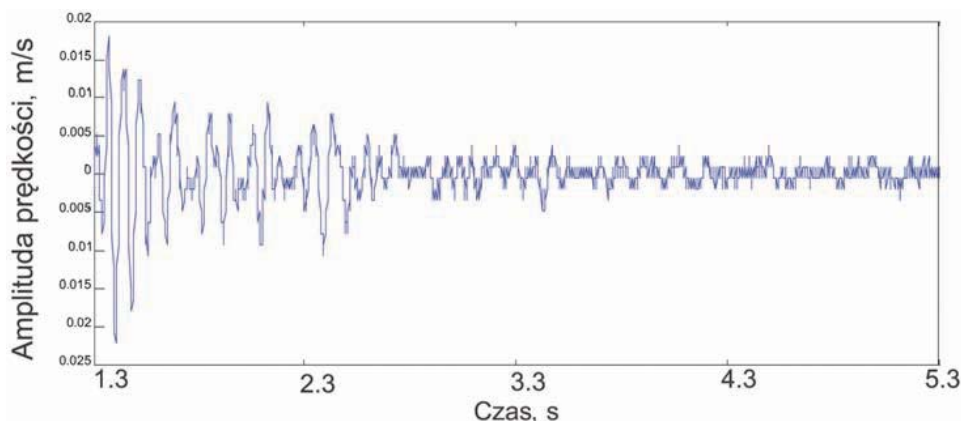
się między sobą przede wszystkim w zależności od energii uwalnianej w wyniku kruchego odkształcania skał. Jeżeli energia źródła sejsmicznego jest duża, rzędu 10^2 - 10^{10} J, to źródła fal sejsmicznych nazywamy wstrząsami górniczymi. Jeżeli energia w tych źródłach jest mniejsza, to nazywamy je źródłami sejsmoakustycznymi.

Drgania jakie rozchodzą się wzdłuż powierzchni ziemi na większe odległości są wynikiem powstania silnych wstrząsów o energii powyżej 10^3 J, i takie wstrząsy mogą wytwarzać fale powierzchniowe, które mogą być przetwarzane metodami interferometrii sejsmicznej. Prześledzimy strukturę wstrząsu na przykładzie rejestracji z dnia 30 marca 2011 roku, zapisanego na stacji sejsmometrycznej kopalni Jas-Mos w odległości kilku kilometrów od epicentrum wstrząsu (rys. 7). Wstrząs powstał w kopalni Rydułtowy i miał energię $8,8 \cdot 10^7$ J.

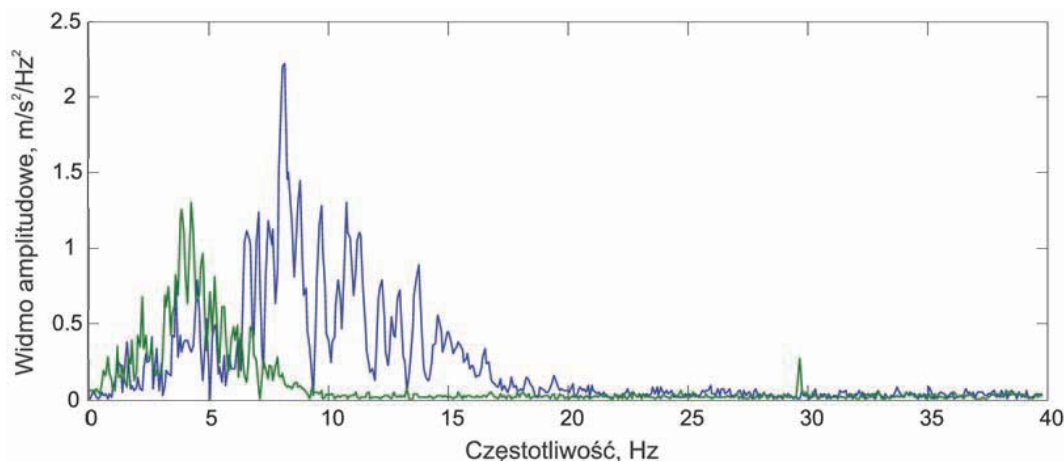
Ten zapis ma swoją unikalną strukturę, z której może wynikać, że intensywność działania źródła miała swoje etapy kończące się drganiem o największej energii, tzw. efektem zerowym źródła [11]. Tę część zapisu, która powstała po efekcie zerowym (rys. 8) możemy uważać za zapis fali koda, czyli fali rozproszonej na niejednorodnościach. Na rysunku 9 pokazano widmo amplitudowe całego zapisu wstrząsu sejsmicznego oraz tylko fali koda. Można zauważyć wyraźne przesunięcie widma obydwu zapisów, przy czym widmo zapisu kodowego ma dwa maksima – jedno przy częstotliwości około 2 Hz, a drugie 4 Hz. Przeprowadzono badania dyspersyjności końcowej części zapisu sejsmicznego za pomocą filtrów wąskopasmowych. Uzyskano zależność energii sygnału od częstotliwości i prędkości fali poprzecznej przedstawioną na rysunku 10. Otrzymaliśmy zarys dwóch krzywych dyspersyjnych, które są wynikiem wyraźnego wzmocnienia fal powierzchniowych dla częstotliwości 2 i 4 Hz.



Rys. 7. Rejestracja wstrząsu z KWK Rydułtowy przez Stację Geofizyczną KWK Jas-Mos
Fig. 7. Registration of tremor from Rydułtowy coal mine by geophysical station at Jas-Mos coal mine

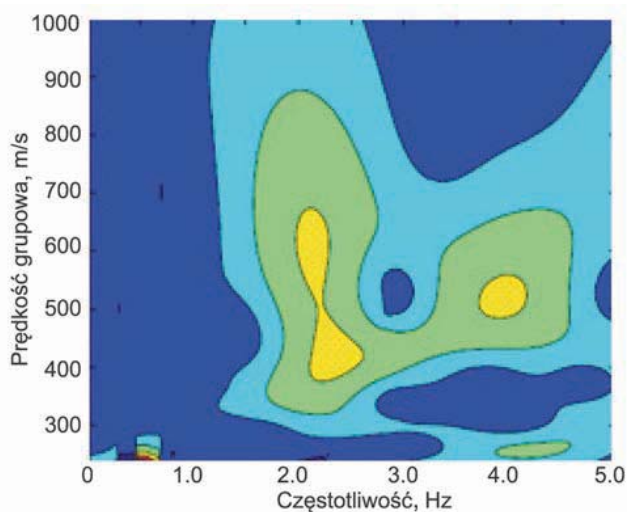


Rys. 8. Fale koda w rejestracji wstrząsu sejsmicznego z KWK Rydułtowy-Anna
Fig. 8. Coda waves in the seismic registration of tremor from Rydułtowy-Anna coal mine



Rys 9. Widma amplitudowe z zapisów pełnego (niebieska linia) i fali koda (zielona linia) rejestracji wstrząsu z kopalni Rydułtowy-Anna

Fig. 9. Amplitude spectra of the full registration (blue line) and wave coda (green line) of the tremor from Rydułtowy-Anna mine



Rys. 10. Krzywa dyspersji dla fali koda w rejestracji silnego wstrząsu z KWK Rydułtowy-Anna. Wielkość energii rośnie od koloru niebieskiego do żółtego

Fig. 10. Dispersion curve for coda wave in the registration of a strong tremor from Rydułtowy-Anna coal mine. The energy increases from blue to yellow

Przedstawiony przykład wskazuje na to, że podobnie jak to ma miejsce w przypadku zapisów trzęsień ziemi, zapisy wstrząsów pochodzenia górniczego mogą być wykorzystane do rozpoznania pola prędkości sejsmicznej w górotworze i zmian tych prędkości wywołanych pracami górniczymi. Oczywiście drgania jakie rozchodzą się wzdłuż powierzchni ziemi są wynikiem powstania silnych wstrząsów o energii powyżej 10^5 J, i takie wstrząsy mogą wytwarzać fale powierzchniowe, które można rozpoznawać metodami interferometrii sejsmicznej. Warunkiem niezbędnym jest jednak rejestracja tych zapisów w systemie pozwalającym na wyznaczanie różnic czasów przyścia sygnałów na różne czujniki.

6.3. Szumy kulturowe w rejonie prac górniczych

W swoich badaniach sejsmicznych Draganov i inni [6] pokazali, że z korelacji wzajemnej można otrzymać koherentne elementy, które są równoznaczne sygnałom zarejestrowanym

w standardowych profilowaniach refleksyjnych. W rejonie ścian eksploatacyjnych występuje szum sejsmiczny wywołany pracą kombajnu, przenośników taśmowych, pękaniem skał pod wpływem nadmiernych naprężeń. Jest to środowisko przydatne do konstrukcji urojonych źródeł sejsmicznych, które można wykorzystać do rozpoznania budowy i właściwości górotworu.

7. Zastosowanie interferometrii sejsmicznej w problematyce górniczej

Jak już zaznaczono, w rezultacie przetwarzania zapisów szumowych względnie kody zapisów sejsmicznych można odtwarzać różne rodzaje funkcji Greena. Najczęściej odtwarzamy funkcję Greena dla pionowej składowej zapisu szumowego (trzeba zauważyć, że składowa pionowa jest związana jedynie z falą Rayleigha, podczas gdy składowe poziome są wynikiem rozchodzenia się fal Rayleigha i Love'a).

Odtworzenie funkcji Greena dla fali powierzchniowej Rayleigha pozwala na obliczenie krzywych dyspersji tej fali. Programami minimalizacyjnymi możemy odtworzyć pole prędkości fali sejsmicznej w górotworze. W rezultacie otrzymujemy:

- obraz budowy geologicznej ośrodka, a w wielu zagadnieniach górniczych odtworzenie budowy geologicznej górotworu jest ważnym zadaniem badawczym,
- znajomość prędkości fali sejsmicznej podłużnej, jak i poprzecznej, co umożliwi obliczenie parametrów sejsmicznych

$$\begin{aligned}\lambda &= \rho(V_p^2 - 2V_s^2), \\ \mu &= \rho 2V_s^2, \\ E &= \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \mu, \\ \nu &= \frac{E - 2\mu}{2\mu},\end{aligned}$$

gdzie:

λ , μ - stałe Lamé'go, V_p i V_s prędkości fali podłużnej i poprzecznej, E i ν to moduł Younga i współczynnik Poissona, ρ - gęstość.

Możemy z tych zapisów estymować współczynniki sprężystości i badać ich zmiany w czasie.

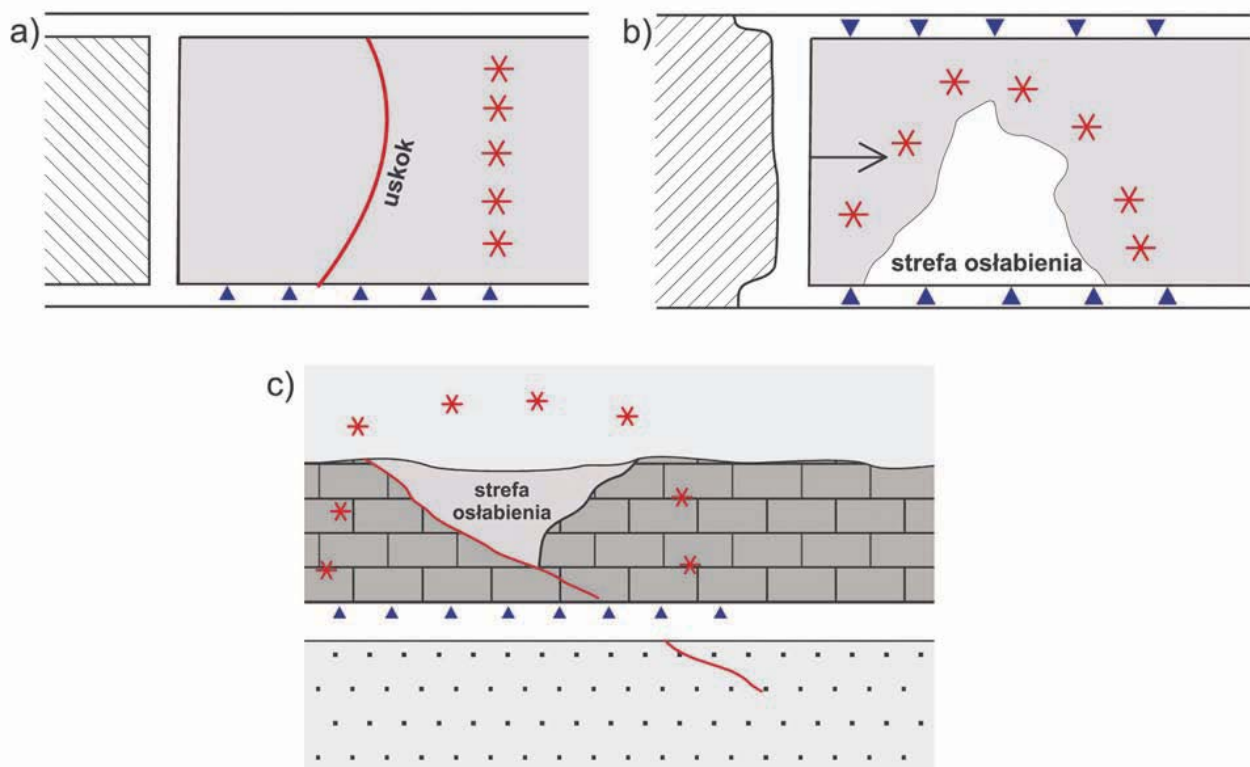
- okresowe badania umożliwiające śledzenie zmian pola prędkości związane z rozwojem sejsmiczności w górotworze.

Metody interferometrii oparte na estymacji źródeł pozornych są ciągle doskonalone i ich efektywność do rozwiązywania zagadnień górniczych powinna być zbadana. Jeżeli okaże się skuteczną, to może być bardzo pomocna w tych sytuacjach, które stanowią problem w badaniach metodami tradycyjnymi. Na rysunku 11a pokazano trudną sytuację sejsmiczną, która powstaje, gdy uskok, którego położenie badamy, jest w przybliżeniu prostopadły do wyrobiska, z którego ma być prowadzone rozpoznanie. Funkcja Greena dla fal odbitych pomiędzy źródłami pozornymi daje możliwość lokalizacji uskoku. Innym przykładem wykorzystania metod interferometrii sejsmicznej jest badanie stref osłabienia przed frontem ściany eksploatacyjnej, jak to pokazano na rysunku 11b. W wyniku rozmieszczenia źródeł pozornych wokół strefy osłabienia można ją lokalizować dokładnie. Na rysunku 11c przedstawiono sytuację, gdzie w stropie eksploatowanego złoża występuje strefa osłabienia, którą za pomocą źródeł pozornych można precyzyjnie lokalizować. Inny istotny problem jest związany z rozpoznaniem stref osłabienia za obudową szybu. Na rysunku 12 przedstawiono taką sytuację w rzucie pionowym i poziomym. Jeżeli udałoby się przeprowadzić właściwe pomiary szumu sejsmicznego obudowy szybowej do badania funkcji Greena dla źródeł pozornych, to strefę osłabienia można również zidentyfikować.

8. Podsumowanie

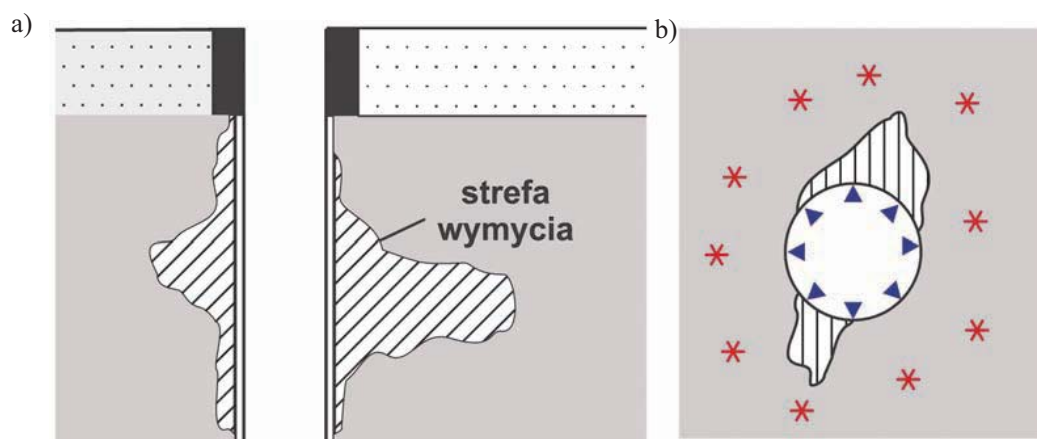
Metoda interferometrii sejsmicznej okazała się skuteczna w zagadnieniach rozpoznawania budowy geologicznej głębokiego podłoża i w sejsmice poszukiwawczej do odwzorowania budowy ośrodka. Istnieje również możliwość wykorzystania tej metody w zagadnieniach górniczych. Do tego celu mogą być wykorzystane co najmniej trzy rodzaje zjawisk sejsmicznych: szum sejsmiczny na powierzchni terenu górniczego, fale koda w rejestracjach wstrząsów pochodzenia górniczego oraz szumy kulturowe powstałe w wyniku pracy maszyn i urządzeń górniczych. Metoda interferometrii sejsmicznej posiada duże możliwości badawcze, które pozwalają na prowadzenie rozpoznania sejsmicznego poprzez analizę zjawisk, które dotychczas nie były szerzej wykorzystywane dla potrzeb górniczych (fale powierzchniowe), jak również w miejscach bardzo ważnych z punktu widzenia praktyki górniczej, takich jak wyrobiska górnicze, które nie nadają się, aby w nich stosować aktywne metody sejsmiczne z powodu zakłóceń różnego rodzaju oraz zagrożeń górniczych.

Należy jednocześnie zaznaczyć, że metoda interferometrii sejsmicznej, jak dotychczas, jest na początku drogi rozwoju, o czym świadczą ostatnie publikacje, a jej szersze wykorzystanie do celów utylitarnych wymaga jeszcze znaczącego wysiłku badawczego.



Rys. 11. Lokalizacja uskoku metodą interferometrii sejsmicznej – a) lokalizacja strefy osłabienia przed frontem ściany eksploatacyjnej – b) lokalizacja strefy osłabienia w stropie eksploatowanego złoża – c) (▼ położenie czujników rejestrujących szum sejsmiczny, * sejsmiczne źródła pozornie)

Fig. 11. Location of fault by seismic interferometry – a) location of the weak zone in front of the longwall – b) location of the weak zone in the roof of the mining deposits – c) (▼ position of sensors recording seismic noise, * seismic apparent sources)



Rys. 12. Lokalizacja stref osłabienia za obudową szybową – a) w rzucie pionowym – b) i poziomym (z prawej), (▼ położenie czujników rejestrujących szum sejsmiczny, * sejsmiczne źródła pozorne)

Fig. 12. Location of weak zone near shaft casing – a) in vertical and – b) horizontal section, (▼ position of sensors recording seismic noise, * seismic apparent sources)

Artykuł został opracowany w wyniku realizacji projektu nr PBS1/A2/13/2013 o akronimie LOFRES uzyskanego w ramach I konkursu Programu Badań Stosowanych dofinansowanego przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju.

Literatura

1. Barmin M.P., Levshin A.L., Yang Y., Ritzwoller M.H.: Epicentral location based on Rayleigh wave Empirical Green's Functions from ambient seismic noise. *Geophysical Journal International*, 2011, 184(2), 869-884.
2. Claerbout J.F.: Synthesis of a layered medium from its acoustic transmission response. *Geophysics*, 1968, 33(2), 264-269.
3. Czarny R.: Przegląd zastosowania metody interferometrii sejsmicznej. „Przegląd Górniczy” 2014, nr 7 (w tym zeszytcie).
4. De Hoop A. T.: An elastodynamic reciprocity theorem for linear, viscoelastic media. *Applied Scientific Research*, 1966, 16(1), 39-45.
5. Derode A., Roux P., Fink M.: Robust acoustic time reversal with high-order multiple scattering. *Physical Review Letters*, 1995, 75(23), 4206.
6. Draganov D., Wapenaar K., Mulder W., Singer J., & Verdel A.: Retrieval of reflections from seismic background-noise measurements. *Geophysical Research Letters*, 2007, 34(4).
7. Fink M.: Time-reversal acoustics in complex environments. *Geophysics*, 2006, 71(4), SI151-SI164.
8. Hanafy S. M., Cao W., McCarte, K., Schuster G. T.: Using super-stacking and super-resolution properties of time-reversal mirrors to locate trapped miners. *The Leading Edge*, 2009, 28(3), 302-307.
9. Lobkis O. I., Weaver R. L.: On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2001, 110(6), 3011-3017.
10. McNamara D. E., Buland R. P.: Ambient noise levels in the continental United States. *Bulletin of the seismological society of America*, 2004, 94(4), 1517-1527.
11. Marcak H.: Parameters of a ground motion model induced by mining exploitation. *Archives of Mining Sciences*, 2008, 53, 335-348.
12. Paul A., Campillo M., Margerin L., Larose E., Derode A.: Empirical synthesis of time-asymmetrical Green functions from the correlation of coda waves. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* (1978–2012), 2005, 110(B8).
13. Pilecki Z., Harba P., Czarny R., Cielesta Sz., Pszonka J.: Źródła drgań w sejsmice inżynierskiej. „Przegląd Górniczy” 2014, nr 7 (w tym zeszytcie).
14. Pilecki Z., Isakow Z., Projekt LOFRES – sejsmika pasywna LFS z wykorzystaniem szumu sejsmicznego. „Przegląd Górniczy” 2014, nr 7 (w tym zeszytcie).
15. Snieder R.: The theory of coda wave interferometry. *Pure and Applied Geophysics*, 2006, 163(2-3), 455-473.
16. Snieder R.: Extracting the Green's function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase. *Physical Review E*, 2004, 69(4), 046610.
17. Snieder R., Grêt A., Douma H., Scales J.: Coda wave interferometry for estimating nonlinear behavior in seismic velocity. *Science*, 2002, 295(5563), 2253-2255.
18. Shapiro N. M., Campillo M.: Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise. *Geophysical Research Letters*, 2004, 31(7).
19. Snieder R., Wapenaar K.: Imaging with ambient noise. *Physics Today*, 2010, 63(9), 44-49.
20. Wapenaar K., Slob E., Snieder R.: Unified Green's function retrieval by cross correlation. *Physical Review Letters*, 2006, 97(23), 234301.
21. Wapenaar K., Fokkema J., Snieder R.: Retrieving the Green's function in an open system by cross correlation: A comparison of approaches (L). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2005, 118(5), 2783-2786.
22. Wapenaar K., Fokkema J.: Green's function representations for seismic interferometry. *Geophysics*, 2006, 71(4), SI33-SI46.
23. Wapenaar K., Draganov D., Snieder R., Campman X., Verdel A.: Tutorial on seismic interferometry: Part 1—Basic principles and applications. *Geophysics*, 2010, 75(5), 75A195-75A209.
24. Wapenaar K., Slob E., Snieder R., Curtis A.: Tutorial on seismic interferometry: Part 2—Underlying theory and new advances. *Geophysics*, 2010, 75(5), 75A211-75A227.
25. Wapenaar K., van der Neut J., Thorbecke J.: On the relation between seismic interferometry and the simultaneous-source method. *Geophysical Prospecting*, 2012, 60(4), 802-823.